

Test BI-ZMA: Vzor zkouškové písemky, FIT ČVUT, ZS 2014/2015	Datum:
Jméno a příjmení:	Body:

- [1.] a) (3 body) Definujte „konvergentní číselnou řadu“ a její „součet“.
b) (2 body) Uveďte příklad konvergentní číselné řady a příklad divergentní číselné řady.
c) (3 body) Zformulujte alespoň jedno ze známých kritérií pro konvergenci číselné řady.
d) (4 body) Rozhodněte, zda-li je řada

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k^2 + 2^k}{1 + k!}$$

konvergentní.

- [2.] a) (2 body) Definujte pojem „funkce klesající na intervalu J “.
b) (4 body) Uvažme funkci f mající derivaci na otevřeném intervalu J . Zformulujte tvrzení dávající do souvislosti derivaci funkce f a monotonii funkce f .
c) (6 bodů) Pro funkci

$$g(x) = \frac{1 + \ln(2x)}{x^2}$$

určete intervaly, na kterých je funkce monotonní, tj. rozhodněte, kde je rostoucí a kde klesající.

- [3.] a) (4 body) Definujte n -tý Taylorův polynom funkce f v bodě a . Jaký stupeň má tento polynom?
b) (4 body) Zformulujte Taylorovu větu.
c) (4 body) Spočítejte 3. Taylorův polynom funkce $f(x) = \arctg(2x)$ v bodě $a = 0$.
[4.] a) (4 body) Zformulujte Newtonovu formuli, tedy vztah mezi určitým (Riemannovým) integrálem a primitivní funkcí.
b) (3 body) Ukažte, jak vypočítat obsah plochy ohraničené grafy spojitých funkcí f a g definovaných na intervalu $\langle a, b \rangle$.
c) (5 body) Vypočtete obsah plochy ohraničené křivkami

$$y = x^2 - 3x + 1 \quad \text{a} \quad y = -2x + 3.$$

- [5.] a) (4 body) Definujte pojem „posloupnosti vybrané z posloupnosti (a_n) “.
b) (3 body) Z posloupnosti (a_n) , jejíž členy jsou dány předpisem

$$a_n = n \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{1 + \frac{1}{n}}, \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

vyberte konvergentní podposloupnost a určete její limitu.

- c) (5 body) Vypočtete limitu

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 \ln \left(1 + \frac{2}{n^3} \right).$$
